

PROBLEMAS DE AEROELASTICIDAD

Ejercicio 17

Determinar el factor de carga de un ala rígida pero libre de desplazarse verticalmente cuando encuentra una ráfaga de intensidad $W_G(s) = W_0 \cos(\Omega s)$, siendo $s = U_\infty t/b$ el tiempo adimensional, b la semicuerda del ala y las funciones de Wagner y Küssner aproximándose por:

$$\Phi(s) = 1 - 0.165 e^{-0.0455 s} - 0.335 e^{-0.300 s}$$

y

$$\psi(s) = 1 - 0.500 e^{-0.130 s} - 0.500 e^{-s}$$

Expresar el resultado en función de parámetros adimensionales.

Problema #17

17.1

Ecuación de equilibrio

$$M \ddot{g}(t) = L_H + L_G$$

Pasando al tiempo adimensional $s = \frac{U_0 t}{b}$ obtenemos

$$M \frac{U_0^2}{b^2} \ddot{g}(s) = -\pi \rho_\infty U_0^2 \ddot{g} - 2\pi \rho_\infty U_0^2 \int_0^s \ddot{g}(\sigma) \phi(s-\sigma) d\sigma \\ + 2\pi \rho_\infty U_0^2 b \int_0^s \frac{W_G}{U_0} \psi'(s-\sigma) d\sigma$$

Tomando la transformada de Laplace se obtiene

$$p^2 \bar{g}(p) \left[\frac{M}{\pi \rho_\infty b^2} + 1 + 2 \bar{\phi}(p) \right] = 2b \frac{\bar{W}_G(p)}{U_0} p \bar{\psi}(p)$$

definiendo el parámetro másico $\lambda = \frac{M}{4\pi \rho_\infty b^2}$ obtenemos

$$p^2 \bar{g}(p) = \frac{\frac{b}{2U_0} \bar{W}_G(p) p \bar{\psi}(p)}{\lambda + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \bar{\phi}(p)}$$

Calculamos la transformada de Laplace de W_G

$$W_G(s) = W_0 \cos(\Omega s)$$

$$\bar{W}_G(p) = \text{Real} \left[\int_0^\infty e^{-ps} e^{-i\Omega s} W_0 ds \right] = W_0 \frac{p}{p^2 + \Omega^2}$$

$$p^2 \bar{g}(p) = \frac{\frac{b}{2U_0} W_0 \left(\frac{p^2}{p^2 + \Omega^2} \right) \bar{\psi}(p) p}{\lambda + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \bar{\phi}(p)}$$

El factor de carga se define como $\frac{M \frac{d^2 \bar{z}}{dt^2}}{W_{peso.}} = n$ 17.2

$$\frac{d^2 \bar{z}}{dt^2} = \frac{U_0^2}{b^2} \frac{d^2 \bar{z}}{ds^2}$$

$$n = \frac{p^2 \bar{g} \frac{U_0^2}{b^2 g}}{\frac{W_0 U_0}{2bg} \frac{\left(\frac{p^2}{p^2 + \Omega^2}\right) \bar{\Psi}(p)}{\lambda + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \bar{\phi}(p)}}$$